ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ УЧЕНИКА ОСНОВНИХ ШКОЛА
ШКОЛСКЕ 2022/2023. ГОДИНЕ.

Друштво физичара Србије
Министарство просвете Републике Србије

VII РАЗРЕД

ЗАДАЦИ

ДРЖАВНИ НИВО
22-23.04.2023.

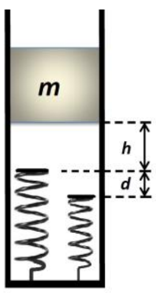
1. Сваке $\Delta t = 3{,}5\ \mathrm{s}$ топ за лоптице испаљује лоптице вертикално навише. Веза између брзина две узастопно испаљене лоптице је $v_{n+1} = 0{,}75\, v_n$, при чему је са v_n означена брзина лоптице која је испаљена раније. Почетна брзина прве лоптице је $v_{01} = 40\ \mathrm{m/s}$. Колика ће бити удаљеност друге и треће лоптице када прва лоптица удари о тло? Занемарити висину топа за избацивање лоптица и отпор ваздуха.

2. Посуда напуњена водом до врха има масу $m_1 = 282\ \mathrm{g}$. На површину воде се стави куглица масе $m_2 = 125\ \mathrm{g}$ (без почетне брзине). Када се куглица спусти на дно посуде, посуда се поново измери и њена маса износи $m_3 = 303\ \mathrm{g}$. Колика је кинетичка енергија куглице након $t = 0{,}9\ \mathrm{s}$ кретања? Сматрати да је куглици потребно више од $t = 0{,}9\ \mathrm{s}$ да се спусти на дно посуде. Отпор средине занемарити.

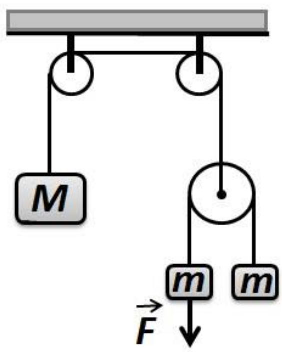
3. Тело масе $m = 8\ \mathrm{kg}$ слободно пада. Пре него што дође у контакт са опругом коефицијента крутости $k_1 = 850\ \mathrm{N/m}$ оно прелази растојање *h*. Након тога прелази још $d = 120\ \mathrm{mm}$ док не ступи у контакт са другом опругом коефицијента крутости $k_2 = 1700\ \mathrm{N/m}$ (Слика 1). Уколико је максимално сабијање леве опруге $x = 180\ \mathrm{mm}$, одредити растојање *h*.

4. У систему приказаном на Слици 2, масе тела су $M = 20\ \mathrm{kg}$ и $m = 10\ \mathrm{kg}$, масе котурова и нити су занемарљиве, а нити су неистегљиве. На лево тело масе m почне да делује сила F. Уколико је познато да се лево тело масе m спусти за $d = 0{,}7\ \mathrm{m}$ за време $t = 0{,}5\ \mathrm{s}$, одредити интензитет силе F.

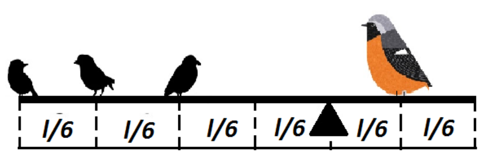
5. Гледајући са лева на десно, птичица масе $m_1 = 0{,}8\ \mathrm{kg}$ стоји на левом крају чврстог штапа који се налази на ослонцу (Слика 3). На растојању $x = l/6$ од ње стоји птичица масе $m_2 = 1{,}3\ \mathrm{kg}$, а на растојању $x = l/6$ од ње птичице масе $m_3 = 1\ \mathrm{kg}$. Када мајка птица стане на удаљеност $x = l/6$ од десног краја, систем је у равнотежи. Ослонац се налази на растојању $y = 2l/6$ од десног краја греде. Када би мама птица била на двоструко мањем растојању од ослонца и било дозвољено померање само једне птичице, колико би свака од њих требало да се помери и на коју страну (остале две се не померају) да систем буде поново у равнотежи? Занемарити масу штапа. Занемарити време померања.



Слика 1



Слика 2



Слика 3

Сваки задатак носи 20 поена.

Задатке припремио: Нора Тркља Боца, Физички факултет, Београд
Рецензент: Проф. др Иван Манчев, ПМФ, Ниш
Председник комисије: Проф. др Мићо Митровић, Физички факултет, Београд

Свим такмичарима желимо успешан рад!

VII РАЗРЕД

ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ УЧЕНИКА ОСНОВНИХ ШКОЛА
ШКОЛСКЕ 2022/2023. ГОДИНЕ.

Друштво физичара Србије
Министарство просвете Републике Србије
РЕШЕЊА

ДРЖАВНИ НИВО
22-23.04.2023.

1. Прва лоптица достигне максималну висину након времена $t_1^{I}=\frac{v_{01}}{g}=4,08\ \mathrm{s}$ **[2п]**, максимална висина износи $h_{1\max}=\frac{v_{01}^{2}}{2g}=81,55\ \mathrm{m}$, а затим пада на тло након $t_1^{II}=\sqrt{\frac{2h_{1\max}}{g}}=4,08\ \mathrm{s}$ **[2п]**. Од испаљивања прве лоптице до њеног падања на тло пролази $t_1=t_1^{I}+t_1^{II}=8,16\ \mathrm{s}$ **[1п]**, а у том тренутку прошло је $t_2=t_1-3,5\ \mathrm{s}=4,66\ \mathrm{s}$ **[1п]** од испаљивања друге лоптице и $t_3=t_2-3,5\ \mathrm{s}=1,16\ \mathrm{s}$ од испаљивања треће лоптице **[1п]**. Почетна брзина друге лоптице је $v_{02}=0,75v_{01}=30\ \mathrm{m/s}$. Друга лоптица достигне максималну висину након $t_2^{I}=\frac{v_{02}}{g}=3,06\ \mathrm{s}$, максимална висина износи $h_{2\max}=\frac{v_{02}^{2}}{2g}=45,87\ \mathrm{m}$ **[3п]**. Преостало време кретања друге лоптице, до удара прве лоптице о тло износи $t_2^{II}=t_2-t_2^{I}=1,6\ \mathrm{s}$ и за то време она пређе пут $h_2^{I}=\frac{g{t_2^{II}}^{2}}{2}=12,56\ \mathrm{m}$ **[2п]**, па се тада друга лоптица налази на висини $h_2=h_{2\max}-h_2^{I}=33,31\ \mathrm{m}$ у односу на тло **[3п]**. Почетна брзина треће лоптице је $v_{03}=0,75v_{02}=22,5\ \mathrm{m/s}$. Трећа лоптица би достигла максималну висину након времена $t_3^{I}=\frac{v_{03}}{g}=2,29\ \mathrm{s}$, што је дуже од времена које прође од испаљивања треће лоптице до удара прве лоптице о тло. До тренутка удара прве лоптице о тло, трећа лоптица пређе пут $h_3=v_{03}t_3-\frac{gt_3^{2}}{2}=19,5\ \mathrm{m}$ и налази се на висини $h_3=19,5\ \mathrm{m}$ **[3п]**. Растојање између друге и треће лоптице у тренутку удара прве лоптице о тло износи $\Delta h=h_2-h_3=13,81\ \mathrm{m}$ **[2п]**.

2. Једначина кретања куглице има облик: $m_2a=m_2g-\rho_{\mathrm{V}}Vg$, где је ρ_{V} густина воде, а V је запремина куглице **[3п]**. Запремина куглице једнака је запремини истиснуте течности. Маса истиснуте течности је $m=m_1+m_2-m_3=104\ \mathrm{g}$ **[3п]**, а запремина истиснуте течности је $V=\frac{m}{\rho_{\mathrm{V}}}$ **[3п]**, па се убрзање може написати као $a=g(1-\frac{m_1+m_2-m_3}{m_2})$ **[3п]**. Брзина куглице након времена t од почетка кретања износи $v=at=g(1-\frac{m_1+m_2-m_3}{m_2})t$ **[3п]**. Кинетичка енергија куглице је $E_{\mathrm{K}}=\frac{1}{2}m_2v^2=\frac{1}{2}m_2g^2(1-\frac{m_1+m_2-m_3}{m_2})^2t^2=\frac{1}{2}g^2t^2\frac{(m_3-m_1)^2}{m_2}$ **[4п]**, тј. након $t=0,9\ \mathrm{s}$ од почетка кретања куглица има кинетичку енергију $E_{\mathrm{K}}=0,138\ \mathrm{J}$ **[1п]**.

3. 1. начин. Нека се на почетку кретања тело масе m налази на висини H, тада има само потенцијалну енергију која износи $E_{\mathrm{p1}}=mgH$, а опруге су неистегнуте **[4п]**. На крају кретања, када се лева опруга максимално сабије, тело масе m ће поново имати само потенцијалну енергију $E_{\mathrm{p2}}=mg(H-\Delta h)$, при чему је $\Delta h=h+x$ укупан пут које је тело прешло, тј. висина за коју се тело спустило **[4п]**. Из закона одржања енергије следи: $\frac{1}{2}k_1x^2+\frac{1}{2}k_2(x-d)^2=mg(h+x)$ **[9п]**, $h=\frac{k_1x^2+k_2(x-d)^2}{2mg}-x=34\ \mathrm{mm}$ **[3п]**.

2. начин - одређивање потенцијаних енергија опруге. Решење је инспирисано решењем Александра Кутањца, ученика ОШ "Душко Радовић" из Новог Београда, које се налази на крају свих решења.

Потенцијалне енергије опруге су једнаке радовима сила које сабијају опруге. Пошто је зависност силе еластичности опруге од пута линеарна, рад је једнак раду средње силе на целом путу. За прву опругу средња сила $F_{\mathrm{sr1}} = F_{\max 1}/2 = kx_1/2$ делује на путу x, па је њен рад $A_1 = F_{\mathrm{sr1}}x = k_1x^2/2.$ За другу опругу сила $F_{\mathrm{sr2}} = F_{\max 2}/2 = k_2(x-d)/2$, длује на путу $x-d$, па је њен рад $A_2 = F_{\mathrm{sr2}}(x-d) = k_2(x-d)^2/2$.

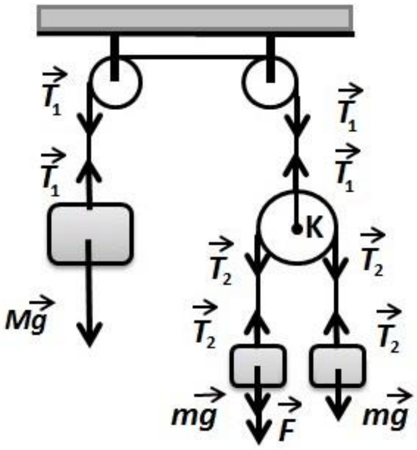
4. На Слици 1 приказане су силе које делују на тела. Нека је a_{rel} убрзање левог тела масе m у односу на котур К, а a_{K} убрзање котура у односу на земљу (претпоставимо да се котур К креће ка земљи, значи наниже).

1. начин (систем везан за Земљу - инерцијални систем): Убрзање левог тела масе m у односу на земљу је: $a_1 = a_{\mathrm{rel}} + a_{\mathrm{K}}$ **[1п]**, а убрзање десног тела масе m у односу на земљу је $a_2 = a_{\mathrm{rel}} - a_{\mathrm{K}}$ **[1п]**. Убрзање тела масе M у односу на земљу је $\vec{a} = -\vec{a}_{\mathrm{K}}$, тј. оно се креће навише убрзањем a_{K} **[1п]**. Маса котурова је занемарљива, па важи: $T_1 = 2T_2$ **[2п]**. Једначина кретања левог тела масе m: $m(a_{\mathrm{rel}} + a_{\mathrm{K}}) = F + mg - T_2$ (1) **[3п]**, једначина кретања десног тела масе m је: $m(a_{\mathrm{rel}} - a_{\mathrm{K}}) = T_2 - mg$ (2) **[3п]**. Једначина кретања тела масе M је $Ma_{\mathrm{K}} = T_1 - Mg = 2T_2 - Mg$ (3) **[3п]**. Сабирањем прве две једначине и употребом везе између a_{rel} и a_1 добија се: $a_{\mathrm{rel}} = \dfrac{F}{2m} = a_1 - a_{\mathrm{K}}$ **[1п]**. На основу текста задатка важи: $d = \dfrac{a_1 t^2}{2}$, тј. $a_1 = \dfrac{2d}{t^2} = 5,6\ \dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$ **[2п]**. Изражавањем T_2 из једначине (3) и убацивањем у једначину (1), уз коришћење $a_{\mathrm{K}} = a_1 - \dfrac{F}{2m}$, добија се израз: $F = \dfrac{(m + \frac{M}{2})\frac{2d}{t^2} - mg + \frac{Mg}{2}}{1 + \frac{M}{4m}} = 74,67\ \mathrm{N}$ **[2+1п]**.

2. начин (Неинерцијални систем - систем везан за котур К који се креће у односу на Земљу убрзањем a_{K} ка доле):
Маса котурова је занемарљива, па важи: $T_1 = 2T_2$ **[2п]**. Једначина кретања левог тела масе m: $ma_{\mathrm{rel}} = F + mg - T_2 + F_{\mathrm{in1}} = F + mg - T_2 - ma_{\mathrm{K}}$, тј. $m(a_{\mathrm{rel}} + a_{\mathrm{K}}) = F + mg - T_2$ (1) **[3п]**, једначина кретања десног тела масе m: $ma_{\mathrm{rel}} = T_2 - mg - F_{\mathrm{in2}} = T_2 - mg + ma_{\mathrm{K}}$, тј. $m(a_{\mathrm{rel}} - a_{\mathrm{K}}) = T_2 - mg$ (2) **[3п]**. Једначина кретања тела масе M (које мирује у односу на котур К) је $Mg = T_1 + F_{\mathrm{in3}} = 2T_2 - Ma_{\mathrm{K}}$, тј. $Ma_{\mathrm{K}} = 2T_2 - Mg$ (3) **[3п]**. Сабирањем једначина (1) и (2) добија се: $a_{\mathrm{rel}} = \dfrac{F}{2m}$ **[2п]**. На основу текста задатка важи: $d = \dfrac{a_1 t^2}{2}$, тј. $a_1 = \dfrac{2d}{t^2}$ при чему је a_1 убрзање левог тела масе m у односу на Земљу **[2п]** и важи $a_1 = a_{\mathrm{rel}} + a_{\mathrm{K}}$, па је $a_{\mathrm{K}} = \dfrac{2d}{t^2} - \dfrac{F}{2m}$ **[2п]**. Изражавањем T_2 из једначине (3) и убацивањем у једначину (1), уз коришћење изведеног израза за a_{K}, добија се:

$$F = \frac{(m + \frac{M}{2})\frac{2d}{t^2} - mg + \frac{Mg}{2}}{1 + \frac{M}{4m}} = 74,67\ \mathrm{N}$$ **[2+1п]**.

5. Из једначине равнотеже $m_1 \dfrac{4}{6} l + m_2 \dfrac{3}{6} l + m_3 \dfrac{2}{6} l = M \dfrac{1}{6} l$ **[3п]**, добија се маса мајке птичица $M = 9{,}1\ \mathrm{kg}$ **[2п]**. Након помераја мајке ка ослонцу, систем ће остати у равнотежи уколико се прва птичица помери на растојање x_1 од ослонца, при чему важи једначина: $m_1 x_1 + m_2 \dfrac{3}{6} l + m_3 \dfrac{2}{6} l = M \dfrac{1}{12} l$ **[3п]**, или се друга птичица помери на x_2 при чему важи једначина $m_1 \dfrac{4}{6} l + m_2 x_2 + m_3 \dfrac{2}{6} l = M \dfrac{1}{12} l$ **[3п]**, или се трећа птичица помери на x_3, при чему важи једначина $m_1 \dfrac{4}{6} l + m_2 \dfrac{3}{6} l + m_3 x_3 = M \dfrac{1}{12} l$ **[3п]**. Добија се: $x_1 = -0,225\ l$, $x_2 = -0,108\ l$ и $x_3 = -0,425\ l$. Да би се успоставила равнотежа птичице се морају померати на десну страну. Померајем птичице масе m_3 није могуће успоставити равнотежу, јер се са десне стране налази само дужина $l_D = \frac{2}{6} l = 0,333\, l$ **[4п]**. Помераји прве и друге птичице износе, редом $\Delta x_1 = (\frac{4}{6} + 0,225)\, l = 0,892\, l$, $\Delta x_2 = (\frac{3}{6} + 0,108)\, l = 0,608\, l$. **[2п]**.



Слика 1.

Признати и решења задатка у којима се уместо $g = 9,81\ \mathrm{m/s^2}$ користи $g = 10\ \mathrm{m/s^2}$.

Решење задатка 3 Александра Кутањца, ученика ОШ "Душко Радовић" из Новог Београда

Ученик није до краја урадио задатак на такмичењу, али га је касније довршио. За урађени део задатка је добио 15 поена.

Како знамо да су опруге сабијене:

1. x = 180mm и k_1 = 850N/m
2. (x – d) = 60mm и k_2 = 1700N/m

Сила на опругама се линеарно мења од F = 0 (када тело дође у контакт са опругом) до F_{max} у положају када се кретање заврши (када се максимално сабије опруга) тачка B.

Следи да: $F_{sr1} = F_{max1}/2 = xk_1/2$ $\quad F_{sr2} = (x - d)k_2/2$

Рад променљиве силе је једнак $A_1 = F_{sr1}\, x = x^2k_1/2$ $\quad A_2 = F_{sr2}\,(x - d) = (x – d)^2k_2/2$

Да нема опруга тело слободним падом у тачки B (max сабијене опруге) имало би $E_k = mv_B^2/2$

v_B – брзина у тачки B када нема опруга

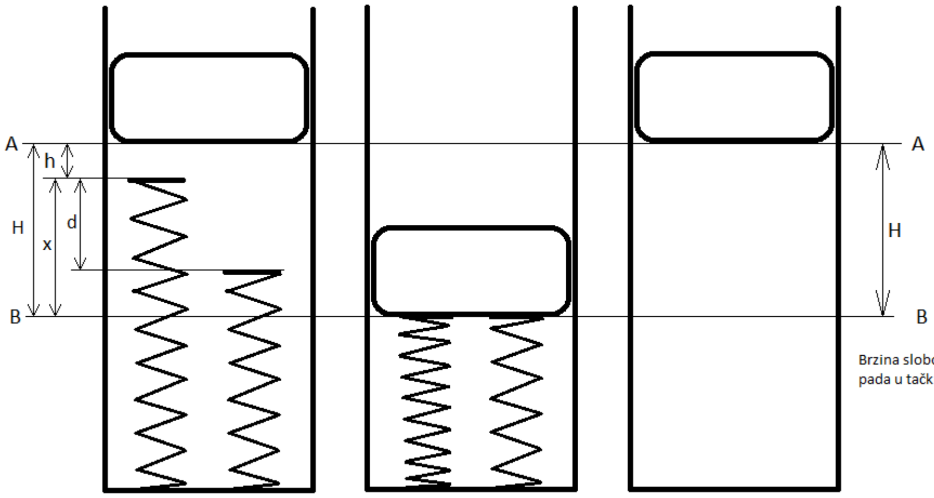
Тело је сву своју E_k потрошило на сабијање опруга $E_k = A_1 + A_2$

Сабирањем датих једначина добијамо да је: $mv_B^2/2 = x^2k_1/2 + (x – d)^2k_2/2$

$v_B^2 = (x^2k_1 + (x – d)^2k_2)/m$, такодје је брзина слободног пада у тачки B: $v_B^2 = v_0^2 + 2gH$ $\quad v_0 = 0$

следи да је $v_B^2 = 2gH$ па добијамо: $2gH = (x^2k_1 + (x – d)^2k_2)/m$ $\quad H = (x^2k_1 + (x – d)^2k_2)/2mg$ заменом задатих вредности и израчунавањем добијамо да је H = 0,2144m

h = H – x = 0,2144m – 0,18m = 0,0344m = 34,4mm



$E_k = A_1 + A_2$

$mv_B^2/2 = x^2k_1/2 + (x - d)^2k_2/2$

Brzina slobodnog
pada u tački B - $v_B^2 = v_0 + 2gH$