



ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ УЧЕНИКА ОСНОВНИХ ШКОЛА
ШКОЛСКЕ 2011/2012. ГОДИНЕ.



VIII
РАЗРЕД

Друштво Физичара Србије
Министарство Просвете и науке Републике Србије
ЗАДАЦИ

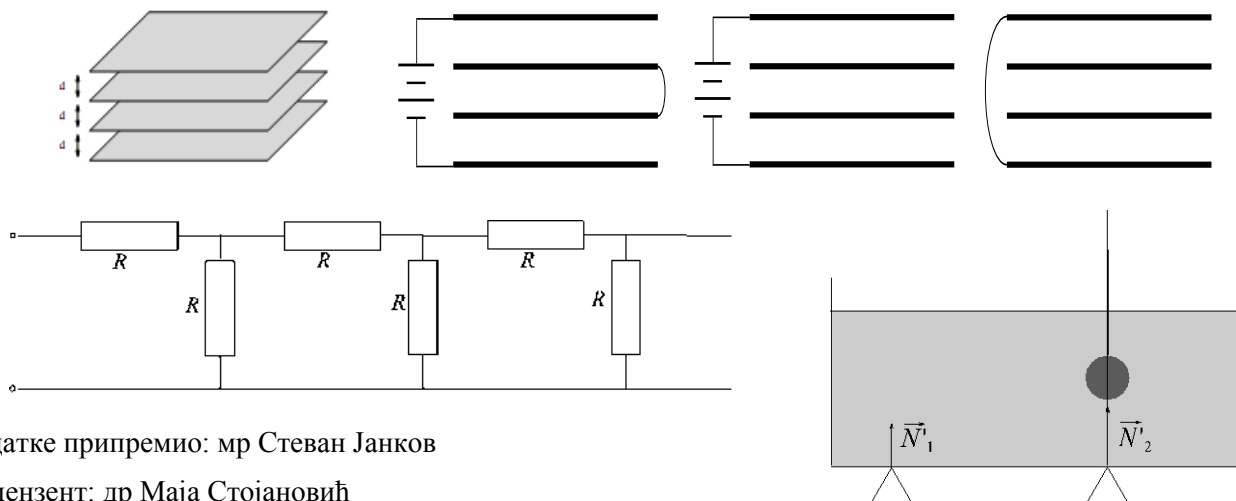
РЕПУБЛИЧКИ НИВО
28.04.2012.

- Четири идентичне квадратне металне плоче, свака површине S , постављене су једна изнад друге на једнаким растојањима, d , као на слици (при чему је $d^2 \ll S$). На почетку су плоче 1 и 4 повезане на извор једносмерне струје, напона U_0 , тако да је плоча 1 на вишем потенцијалу. Затим се плоче 2 и 3 повежу жицом, која се након тога уклони. На крају је извор напона између плоча 1 и 4 замењен жицом. Наведени кораци су приказани на дијаграму. Колика је након последњег корака потенцијална разлика између плоча: а) 1 и 2 (нека то буде напон U_1), б) 2 и 3 (U_2), в) 3 и 4 (U_3)?
Претпоставимо у сваком од случајева да позитивна разлика потенцијала значи да је горња плоча на вишем потенцијалу него доња. (20 поена)
- Оптички систем се састоји од сабирног сочива жижне даљине 30 cm и расипног сочива жижне даљине 20 cm који имају заједничку главну оптичку осу. На сабирно сочиво пада паралелан снап зрака и након проласка кроз оптички систем снап остаје паралелан. Наћи растојање између сочива. (15 поена)
- Лаки цилиндрични суд у коме се налази течност густине ρ_0 стоји на два паралелна ослонца који суду пружају силе реакције N_1 и N_2 . У суд се на лакој нити спусти кугла масе m и густине ρ и то тачно изнад другог ослонца. При томе је кугла у потпуности потопљена у течност и не додирује зидове суда. Одредити нове силе реакције у ослонцима, N'_1 и N'_2 . (20 поена)
- Наћи еквивалентну отпорност бесконачно дугог ланца отпорника везаних као на слици. (20 поена)
- Извор звука фреквенције f_0 се испусти из балона који се налази на висини h . Фреквенција звука који региструје посматрач на земљи дата је изразом $f = f_0 \frac{c}{\sqrt{c^2 - 2g(tc - h)}}$, где је t – време мерено од тренутка пуштања извора, $c=340$ m/s – брзина звука и g – гравитационо убрзање. Наћи висину на којој је балон и почетну фреквенцију, на основу мерених података датих у табели. (25 поена)

Напомена:

$$\text{Решење једначине } ax^2 + bx + c = 0 \text{ је } x_{1/2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.$$

f (Hz)	581	619	665	723	801
t (s)	2	4	6	8	10



Задатке припремио: мр Стеван Јанков

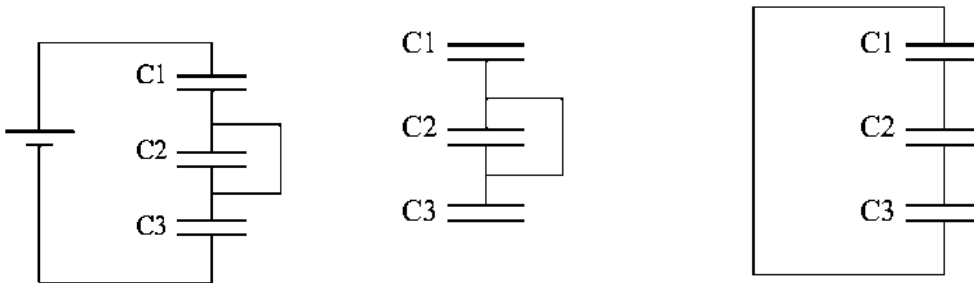
Рецензент: др Маја Стојановић

Председник комисије: проф. др Мићо Митровић

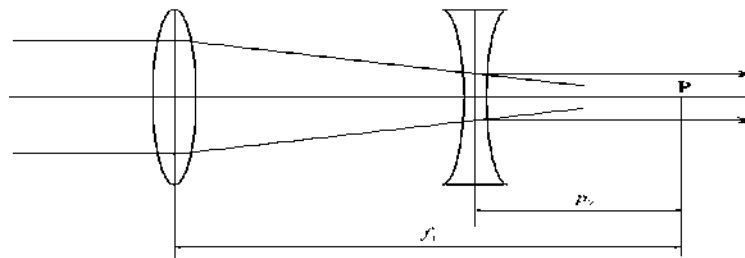
Свим такмичарима желимо успешан рад!



1. Проблем се може посматрати као редна веза три једнака кондензатора капацитета C . Пошто је кондензатор 2 премошћен жицом пад напона на кондензаторима 1 и 3 је по $\frac{U_0}{2}$ [2p], тј. наелектрисања на тим кондензаторима су по $q_0 = \frac{CU_0}{2}$ [2p]. То значи да доња плоча кондензатора 1 има наелектрисање $-q_0$ [1p].
- Уклањање жице између друге и треће плоче, као ни уклањање извора неће променити распоред наелектрисања, нити падове напона на кондензаторима. Међутим, повезивање првог и трећег кондензатора – хоће. Део позитивног наелектрисања са горње плоче кондензатора 1 ће отићи ка кондензатору 3, а део негативног наелектрисања са доње плоче кондензатора 1 ће отићи на кондензатор 2, све док се не успостави равнотежа, при којој ће напони на кондензаторима бити U_1 , U_2 и U_3 , а наелектрисања на њима q_1 , q_2 и q_3 , респективно. Због кратког споја очигледно је да је $U_1 + U_2 + U_3 = 0$ [2p], а због симетрије $U_1 = U_3$ [2p], те добијамо $U_2 = -2U_1$ [2p]. Због закона одржања наелектрисања на доњој плочи кондензатора 1, важи: $-q_0 = -q_1 + q_2$ [2p]. Замењујући свако наелектрисање производом капацитета и одговарајућих напона и користећи везу између напона на првом и другом кондензатору, последња једначина постаје: $-\frac{CU_0}{2} = -CU_1 + CU_2 \Rightarrow -\frac{U_0}{2} = -U_1 - 2U_1 \Rightarrow U_1 = \frac{U_0}{6}$ [2+2+2p]. То даље значи: $U_2 = -\frac{U_0}{3}$ [1p].



2. Тачка Р у којој би се пресекали зраци преломљени кроз сабирно сочиво је жижа сабирног сочива (јер су зраци пре сабирног сочива били паралелни), и представља имагинарни (јер је у пресеку продужетака зрака, а не стварних зрака) предмет за расипно сочиво. Лик расипног сочива се налази у бесконачности, те једначина расипног сочива изгледа овако: $\frac{1}{f_2} = -\frac{1}{p_2} + 0$ [4p], одакле следи да је $p_2 = -f_2$ [2p] (требало би имати у виду да је жижна даљина расипног сочива негативна величина). Са слике се види да је $d = f_1 - p_2 = f_1 + f_2 = 30 \text{ cm} - 20 \text{ cm} = 10 \text{ cm}$ [8+1p].



3. Једначине равнотеже суда пре потапања кугле су $m_0 g = N_1 + N_2$ (1) [2p] и $N_1 l_1 = N_2 l_2$ (2) [2p], где су l_1 и l_2 растојања ослонаца од вертикалне праве која пролази кроз тежиште суда, а m_0 је маса течности у суду. Једначине равнотеже суда након потапања кугле су $m_0 g + \rho_0 V g = N'_1 + N'_2$ (3) [2p] и $N'_1 l_1 = N'_2 l_2$ (4) [2p], где је $V = \frac{m}{\rho}$ - запремина кугле [2p]. Делећи међусобно једначине (2) и (4), те замењујући израз за тежину

суда са течношћу из једначине (1) у једначину (3), добијамо систем једначина $\frac{N_1}{N'_1} = \frac{N_2}{N'_2}$ [2p],



**ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ УЧЕНИКА ОСНОВНИХ ШКОЛА
ШКОЛСКЕ 2011/2012. ГОДИНЕ.**



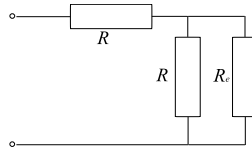
$N_1 + N_2 + \rho_0 \frac{m}{\rho} g = N'_1 + N'_2$ [2p]. Решавајући овај систем по N'_1 и N'_2 , добија се:

$$N'_1 = N_1 + \frac{N_1}{N_1 + N_2} \frac{\rho_0 m g}{\rho} \quad [3p] \quad \text{и} \quad N'_2 = N_2 + \frac{N_2}{N_1 + N_2} \frac{\rho_0 m g}{\rho} \quad [3p].$$

4. Еквивалентна отпорност је: $R_e = R + \frac{R R_e}{R + R_e}$ [6p]. Сређивањем се добија $R_e - R = \frac{R R_e}{R + R_e}$ [2p], односно

$R_e^2 - R^2 = R R_e$ [4p]. Добијена је квадратна једначина: $R_e^2 - R R_e - R^2 = 0$ [2p], чија решења су:

$$R_{e1/2} = \frac{R \pm \sqrt{R^2 + 4R^2}}{2} = \frac{R \pm R\sqrt{5}}{2} \quad [4p], \quad \text{при чему решење које има физичког смисла је: } R_e = \frac{R(1 + \sqrt{5})}{2} \quad [2p].$$



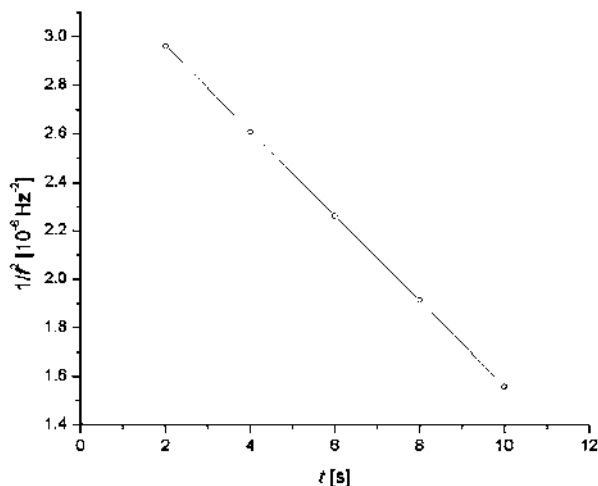
5. Када се добијени израз квадрира и нађе реципрочна вредност, добија се: $\frac{1}{f^2} = \frac{1}{f_0^2} \left(1 + \frac{2gh}{c^2} \right) - \frac{2g}{f_0^2 c} t$ [4p],

дакле функција $\frac{1}{f^2}(t)$ је линеарна. Потребно је у табели формирати колону $\frac{1}{f^2}$, нацртати график, а затим

из нагиба наћи f_0 , а из пресека са ординатом висину на којој је балона h . Дакле:

f (Hz)	581	619	665	723	801
t (s)	2	4	6	8	10
$1/f^2 (10^{-6} \text{ Hz}^{-2})$	2.96	2.61	2.26	1.91	1.56

[5p]



[10p]

Нагиб добијене праве је $B = -3.50448 \cdot 10^{-7} \frac{\text{Hz}^{-2}}{\text{s}}$ [1п], одакле се за фреквенцију звука који шаље извор добија

$f_0 = \sqrt{\frac{2g}{cB}} = 573.87 \text{ Hz}$ [2п]. График пресеца ординату у тачки $A = 3.31239 \cdot 10^{-6} \text{ Hz}^{-2}$ [1п], па је висина са које је

пуштен извор звука $h = \frac{c^2 (A f_0^2 - 1)}{2g} = 535.33 \text{ m}$ [2п].



ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ УЧЕНИКА ОСНОВНИХ ШКОЛА
ШКОЛСКЕ 2011/2012. ГОДИНЕ.



VIII
РАЗРЕД

Друштво Физичара Србије
Министарство Просвете и науке Републике Србије
ЗАДАЦИ за ученике посебних одељења

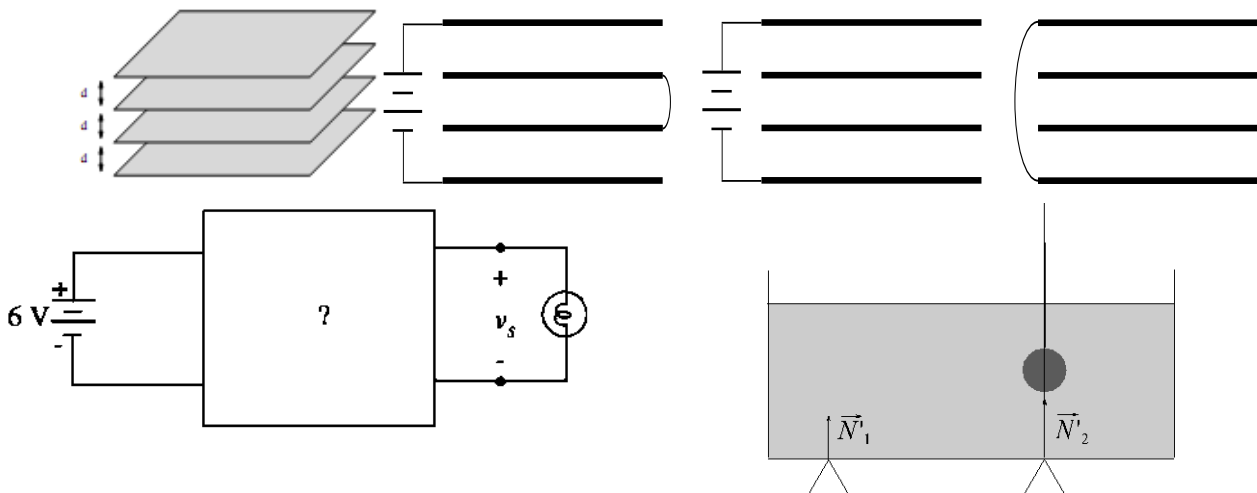
РЕПУБЛИЧКИ НИВО
28.04.2012.

- Четири идентичне квадратне металне плоче, свака површине S , постављене су једна изнад друге на једнаким растојањима, d , као на слици (при чему је $d^2 \ll S$). На почетку су плоче 1 и 4 повезане на извор једносмерне струје, напона U_0 , тако да је плоча 1 на вишем потенцијалу. Затим се плоче 2 и 3 повежу жицом, која се након тога уклони. На крају је извор напона између плоча 1 и 4 замењен жицом. Наведени кораци су приказани на дијаграму. Колика је након последњег корака потенцијална разлика између плоча: а) 1 и 2 (нека то буде напон U_1), б) 2 и 3 (U_2), в) 3 и 4 (U_3)?
Претпоставимо у сваком од случајева да позитивна разлика потенцијала значи да је горња плоча на вишем потенцијалу него доња. (20 поена)
- Оптички систем се састоји од сабирног сочива жижне даљине 30 cm и расипног сочива жижне даљине 20 cm који имају заједничку главну оптичку осу. На сабирно сочиво пада паралелан сноп зрака и након проласка кроз оптички систем сноп остаје паралелан. Наћи растојање између сочива. (15 поена)
- Лаки цилиндрични суд у коме се налази течност густине ρ_0 стоји на два паралелна ослонца који суду пружају силе реакције N_1 и N_2 . У суд се на лакој нити спусти кугла масе m и густине ρ и то тачно изнад другог ослонца. При томе је кугла у потпуности потопљена у течност и не додирује зидове суда. Одредити нове силе реакције у ослонцима, N'_1 и N'_2 . (20 поена)
- Дат је извор електромоторне силе од 6 V, занемарљиве унутрашње отпорности, и сијалица која ради на напону од 1.5 V, при чему кроз њу протиче струја 0.5 A. Осмислите део струјног кола састављеног од отпорника између извора и сијалице тако да пад напона на сијалици када је укључена у коло буде 1.5 V, а да напон v_s , када сијалица није прикључена, буде 2 V. Доказати да формирано коло задовољава услове задатка. (20 поена)
- Извор звука фреквенције f_0 се испусти из балона који се налази на висини h . Наћи како се мења фреквенција звука који региструје посматрач на земљи у функцији од времена протеклог од тренутка пуштања извора, изражена преко f_0 , h , g , и брзине звука $c = 340$ m/s. Након тога наћи висину на којој је балон и почетну фреквенцију, на основу мерених података датих у табели. (25 поена)

Напомена: Решење једначине $ax^2 + bx + c = 0$ је $x_{1/2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$.

Користити апроксимацију $\sqrt{1 - x^2} \approx 1 - \frac{1}{2}x^2$, за $x^2 \ll 1$.

f (Hz)	581	619	665	723	801
t (s)	2	4	6	8	10



Задатке припремио: мр Стеван Јанков
Рецензент: др Маја Стојановић
Председник комисије: проф. др Мићо Митровић

Свим такмичарима желимо успешан рад!



ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ УЧЕНИКА ОСНОВНИХ ШКОЛА
ШКОЛСКЕ 2011/2012. ГОДИНЕ.

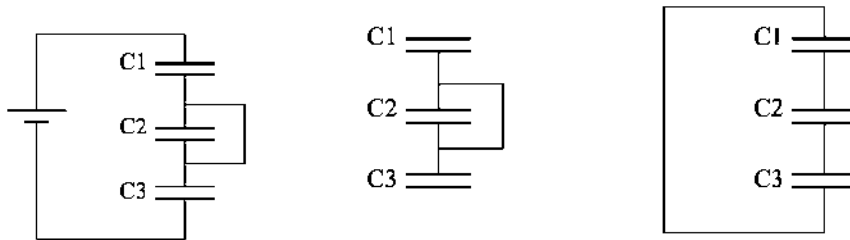


VIII
РАЗРЕД

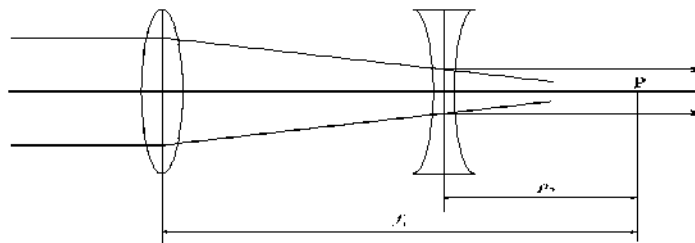
Друштво Физичара Србије
Министарство Просвете Републике Србије
РЕШЕЊА

ОКРУЖНИ НИВО
17.03.2012.

1. Проблем се може посматрати као редна веза три једнака кондензатора капацитета C . Пошто је кондензатор 2 премошћен жицом пад напона на кондензаторима 1 и 3 је по $\frac{U_0}{2}$ [2p], тј. наелектрисања на тим кондензаторима су по $q_0 = \frac{CU_0}{2}$ [2p]. То значи да доња плоча кондензатора 1 има наелектрисање $-q_0$ [1p]. Уклањање жице између друге и треће плоче, као ни уклањање извора неће променити распоред наелектрисања, нити падове напона на кондензаторима. Међутим, повезивање првог и трећег кондензатора – хоће. Део позитивног наелектрисања са горње плоче кондензатора 1 ће отићи ка кондензатору 3, а део негативног наелектрисања са доње плоче кондензатора 1 ће отићи на кондензатор 2, све док се не успостави равнотежа, при којој ће напони на кондензаторима бити U_1 , U_2 и U_3 , а наелектрисања на њима q_1 , q_2 и q_3 , респективно. Због кратког споја очигледно је да је $U_1 + U_2 + U_3 = 0$ [2p], а због симетрије $U_1 = U_3$ [2p], те добијамо $U_2 = -2U_1$ [2p]. Због закона одржања наелектрисања на доњој плочи кондензатора 1, важи: $-q_0 = -q_1 + q_2$ [2p]. Замењујући свако наелектрисање производом капацитета и одговарајућих напона и користећи везу између напона на првом и другом кондензатору, последња једначина постаје: $-\frac{CU_0}{2} = -CU_1 + CU_2 \Rightarrow -\frac{U_0}{2} = -U_1 - 2U_1 \Rightarrow U_1 = \frac{U_0}{6}$ [2+2+2p]. То даље значи: $U_2 = -\frac{U_0}{3}$ [1p].



2. Тачка Р у којој би се пресекали зраци преломљени кроз сабирно сочиво је жижа сабирног сочива (јер су зраци пре сабирног сочива били паралелни), и представља имагинарни (јер је у пресеку продужетака зрака, а не стварних зрака) предмет за расипно сочиво. Лик расипног сочива се налази у бесконачности, те једначина расипног сочива изгледа овако: $\frac{1}{f_2} = -\frac{1}{p_2} + 0$ [4p], одакле следи да је $p_2 = -f_2$ [2p] (требало би имати у виду да је жижна даљина расипног сочива негативна величина). Са слике се види да је $d = f_1 - p_2 = f_1 + f_2 = 30 \text{ cm} - 20 \text{ cm} = 10 \text{ cm}$ [8+1p].



3. Једначине равнотеже суда пре потапања кугле су $m_0 g = N_1 + N_2$ (1) [2p] и $N_1 l_1 = N_2 l_2$ (2) [2p], где су l_1 и l_2 растојања ослонаца од вертикалне праве која пролази кроз тежиште суда, а m_0 је маса течности у суду. Једначине равнотеже суда након потапања кугле су $m_0 g + \rho_0 V g = N'_1 + N'_2$ (3) [2p] и $N'_1 l_1 = N'_2 l_2$ (4) [2p], где је $V = \frac{m}{\rho}$ - запремина кугле [2p]. Делећи међусобно једначине (2) и (4), те замењујући израз за тежину суда са течношћу из једначине (1) у једначину (3), добијамо систем једначина $\frac{N_1}{N'_1} = \frac{N_2}{N'_2}$ [2p],



**ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ УЧЕНИКА ОСНОВНИХ ШКОЛА
ШКОЛСКЕ 2011/2012. ГОДИНЕ.**



$N_1 + N_2 + \rho_0 \frac{m}{\rho} g = N'_1 + N'_2$ [2п]. Решавајући овај систем по N'_1 и N'_2 , добија се:

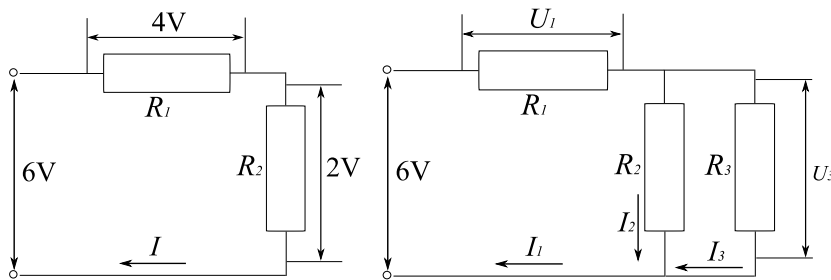
$$N'_1 = N_1 + \frac{N_1}{N_1 + N_2} \frac{\rho_0 m g}{\rho} \quad [3п] \quad \text{и} \quad N'_2 = N_2 + \frac{N_2}{N_1 + N_2} \frac{\rho_0 m g}{\rho} \quad [3п].$$

4. За решење проблема је довољно направити разделник напона од два отпорника. Као што се може видети са прве слике $IR_1 = 4 \text{ V}$ [2п] и $IR_2 = 2 \text{ V}$ [2п], одакле следи однос $R_1 = 2R_2$ [2п]. Са друге слике закључујемо

$$I_1 = \frac{U_1}{R_1} \quad [2п] \quad \text{и} \quad I_2 = \frac{U_2}{R_2} \quad [2п], \quad \text{и те изразе ћемо искористити у првом Кирхофовом правилу} \quad I_1 = I_2 + I_3 \quad [3п].$$

Дакле, добијамо једначину $\frac{U_1}{2R_2} = \frac{U_2}{R_2} + I_3$ [3п], чијим решавањем долазимо до отпорности

$$R_2 = \frac{U_1 - 2U_2}{2I_3} = 1.5 \, \Omega \quad [3п], \quad \text{а одмах затим и} \quad R_1 = 3 \, \Omega \quad [1п].$$



5. Звук који се региструје у тренутку t је емитован у тренутку $t - \Delta t$, где је Δt време потребно да звук стигне од извора до посматрача на земљи. Брзина извора је функција $v_s = v_s(t - \Delta t)$ [0.5п], где је

$$\Delta t = \frac{h - \frac{g(t - \Delta t)^2}{2}}{c} \quad [0.5п]. \quad \text{Решавањем по} \quad t - \Delta t = t - \frac{h - \frac{g(t - \Delta t)^2}{2}}{c} \quad [1п], \quad \text{ако уведемо смену} \quad t - \Delta t = A,$$

једначина постаје $A = t - \frac{h - \frac{g A^2}{2}}{c}$. Даље имамо $Ac = tc - h + \frac{g A^2}{2}$, односно добија се квадратна једначина

$$\text{облика:} \quad \frac{g A^2}{2} - cA + tc - h = 0 \quad [1п]. \quad \text{Решења су:} \quad A_{1/2} = \frac{c \pm \sqrt{c^2 - 2g(tc - h)}}{g} \quad [1п]. \quad \text{Поставља се питање које од}$$

два решења квадратне једначине је тачно? Да би се добио одговор на ово питање потребна је мала анализа.

Ако балон лети сувише ниско ($h \rightarrow 0$), $c \gg 2gt$, тј. $t - \Delta t \approx t$. $A_{1/2} = \frac{c \pm \sqrt{c^2 - 2gtc}}{g}$, односно

$$A_{1/2} = \frac{c \pm c \sqrt{1 - \frac{2gt}{c}}}{g} \quad [1п]. \quad \text{Ако се искористи апроксимација} \quad \sqrt{1 - x^2} \approx 1 - \frac{1}{2}x^2, \quad \text{решење постаје}$$

$$A_{1/2} = \frac{c \pm c \left(1 - \frac{1}{2} \frac{2gt}{c}\right)}{g} = \frac{c \pm c \left(1 - \frac{gt}{c}\right)}{g} \quad [1п]. \quad \text{Може се закључити да решење са предзнаком «+» нема}$$

физичког смисла, тако да је тачно решење: $t - \Delta t = \frac{c - \sqrt{c^2 - 2g(tc - h)}}{g}$ [0.5п]. Са друге стране

$$v_s = g(t - \Delta t) \quad [0.5п]. \quad \text{Из овога следи да је} \quad v_s = c - \sqrt{c^2 - 2g(tc - h)} \Rightarrow c - v_s = \sqrt{c^2 - 2g(tc - h)} \quad [1п], \quad \text{односно}$$

заменом у израз за Доплеров ефекат $f = f_0 \frac{c}{c - v_s}$ [0.5п], добија се тражена

функција $f = f_0 \frac{c}{\sqrt{c^2 - 2g(tc - h)}}$ [0.5п]. Када се добијени израз квадрира и нађе реципрочна вредност,



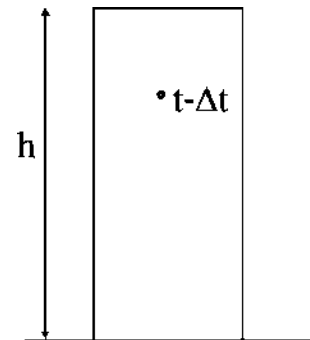
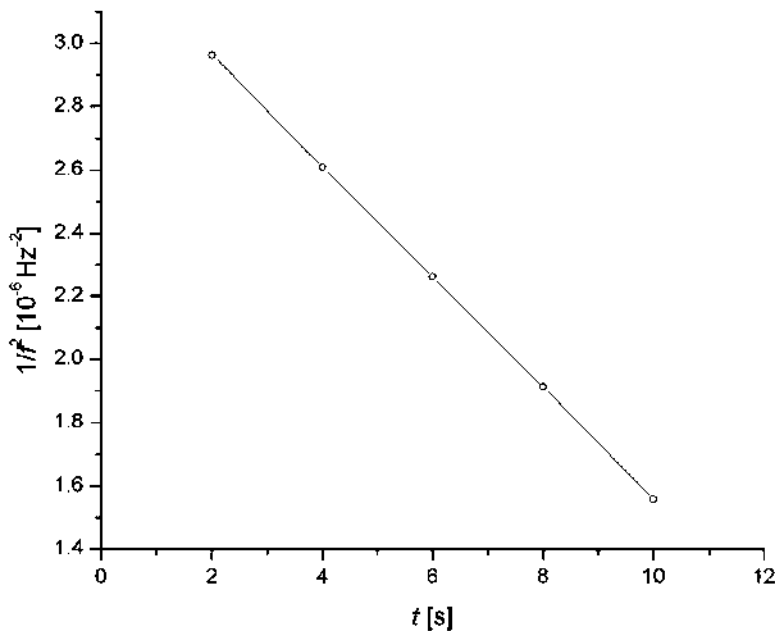
**ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ УЧЕНИКА ОСНОВНИХ ШКОЛА
ШКОЛСКЕ 2011/2012. ГОДИНЕ.**



добија се: $\frac{1}{f^2} = \frac{1}{f_0^2} \left(1 + \frac{2gh}{c^2} \right) - \frac{2g}{f_0^2 c} t$ [1п], дакле функција $\frac{1}{f^2}(t)$ је линеарна. Потребно је у табели формирати колону $\frac{1}{f^2}$, нацртати график, а затим из нагиба наћи f_0 , а из пресека са ординатом висину на којој је балон h . Дакле:

F (Hz)	581	619	665	723	801
t (s)	2	4	6	8	10
$1/f^2 (10^{-6} \text{ Hz}^{-2})$	2.96	2.61	2.26	1.91	1.56

[5п]



[5п]

Нагиб добијене праве је $B = -3.50448 \cdot 10^{-7} \frac{\text{Hz}^{-2}}{\text{s}}$ [1п], одакле се за фреквенцију звука који шаље извор добија

$f_0 = \sqrt{\frac{2g}{cB}} = 573.87 \text{ Hz}$ [2п]. График пресеца ординату у тачки $A = 3.31239 \cdot 10^{-6} \text{ Hz}^{-2}$ [1п], па је висина са које је

пуштен извор звука $h = \frac{c^2 (A f_0^2 - 1)}{2g} = 535.33 \text{ m}$ [2п].