



ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ УЧЕНИКА ОСНОВНИХ ШКОЛА  
ШКОЛСКЕ 2011/2012. ГОДИНЕ.

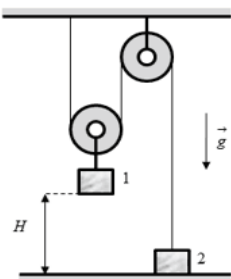


VII  
РАЗРЕД

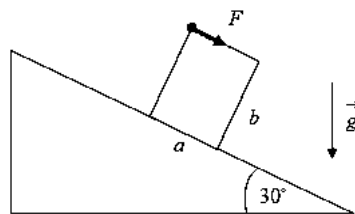
Друштво Физичара Србије  
Министарство просвете и науке Републике Србије  
ЗАДАЦИ - општа одељења

РЕПУБЛИЧКИ НИВО  
28.04.2012.

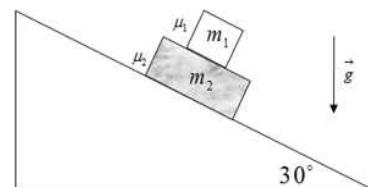
1. Мало тело у првом случају слободно пада без почетне брзине, при чему последњих 30 m пута пређе за 2 s. У другом случају тело слободно пада без почетне брзине, тако да је у последњој секунди кретања средња брзина тела душло већа него у претпоследњој. Колика је разлика висина са којих тело пада?
2. Са железничких станица А и Б истовремено крећу један ка другом два воза, без почетних брзина, по паралелним колосецима. Оба воза се у почетку крећу равномерно убрзано док не достигну брзину  $v_1$ , односно  $v_2$ , а затим се тим брзинама крећу до станица А и Б. Однос тих брзина је  $v_1 / v_2 = 3 / 4$ . У тренутку мимоилажења, брзине возова су једнаке. Ако возови истовремено стижу у станицу А, односно Б, одредити однос њихових убрзања  $a_1 / a_2$ . Нацртати график зависности брзина возова од времена кретања.
3. У систему приказаном на слици 1, маса првог тела је  $m_1 = 5 \text{ kg}$ , док је маса другог тела  $m_2 = 1 \text{ kg}$ . Прво тело је везано за покретни котур, и налази се на висини  $H = 1 \text{ m}$  у односу на хоризонталну подлогу, док друго тело лежи на хоризонталној подлози. Масу котурова, неистегљивих нити и сва трења у систему занемарити. Ако систем започиње кретање из стања мировања, одредити максималну висину до које ће се подићи друго тело.
4. Паралелопипед масе  $m = 2 \text{ kg}$ , чије странице имају дужину  $a = 30 \text{ cm}$  и  $b = 45 \text{ cm}$ , мирује на стрмој равни нагибног угла  $\alpha = 30^\circ$ . На њега почиње да делује константа сила  $F$ , као што је приказано на слици 2. Колики треба да буде интензитет те силе да би се паралелопипед преврнуо без клизања?
5. На непокретној стрмој равни нагибног угла  $\alpha = 30^\circ$ , налази се тело масе  $m_2 = 10 \text{ kg}$ . На њему се налази тело масе  $m_1 = 5 \text{ kg}$  (слика 3). Коефицијент трења између тела износи  $\mu_1 = 0.15$ , док између тела  $m_2$  и стрме равни износи  $\mu_2 = 0.3$ . Ако током кретања долази до клизања између тела, израчунати убрзање тела  $m_1$  у односу на тело  $m_2$ .



Слика 1.



Слика 2.



Слика 3.

Сваки задатак носи 20 поена. Узети да је убрзање Земљине теже  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

Задатке припремио: Владимир Чубровић, Физички факултет, Београд

Рецензент: Проф. др Иван Манчев, ПМФ, Ниш

Председник комисије: Проф. др Мићо Митровић, Физички факултет, Београд

Свим такмичарима желимо успешан рад!



# VII

Друштво Физичара Србије  
Министарство просвете и науке Републике Србије

РЕПУБЛИЧКИ НИВО  
28.04.2012.

РАЗРЕД

РЕШЕЊА - општа одељења

**1. Први случај:** по услову задатка је  $\Delta H = 30 \text{ m}$ . Користећи једначине вертикалног хица наниже следи да је (видети слику 1):  $\Delta H = H_2 - H_1 = \frac{v_2^2}{2g} - \frac{v_1^2}{2g}$  [2п] одакле произилази да је  $\Delta H = \frac{1}{2g}(v_2 - v_1)(v_2 + v_1)$  (1)

Временски интервал  $\Delta t = 2 \text{ s}$  за које тело пређе пут  $\Delta H$  је:  $\Delta t = \frac{v_2}{g} - \frac{v_1}{g}$ , одакле следи да је  $v_2 - v_1 = g \Delta t$  (2)

[2п]. Комбинујући релације (1) и (2) добијамо:  $v_2 + v_1 = \frac{2 \Delta H}{\Delta t}$  (3) [1п].

Сабирајући једначине (2) и (3) добијамо да је брзина којом тело удари у подлогу једнака  $v_2 = \frac{g \Delta t}{2} + \frac{\Delta H}{\Delta t} = 25 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  [2п]. Висина са које тело пада је  $H^{(1)} = \frac{v_2^2}{2g} = 31.25 \text{ m}$  [1п].

**Други случај:** На почетку претпоследње секунде кретања брзина тела је:  $v_1 = g(t - 2\Delta t)$  [2п]. На почетку последње секунде кретања брзина тела је:  $v_2 = g(t - \Delta t)$  [2п]. Брзина којом тело удари у подлогу је:  $v_3 = gt$ , где је  $t$ -укупно време кретања тела, а  $\Delta t = 1 \text{ s}$ .

Средња брзина тела у претпоследњој секунди кретања је:  $v_{s1} = \frac{v_2 + v_1}{2} = \frac{g(t - \Delta t) + g(t - 2\Delta t)}{2} = \frac{g(2t - 3\Delta t)}{2}$

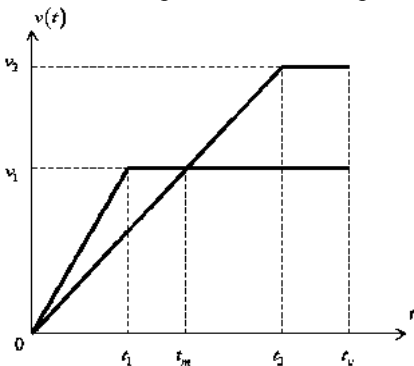
[2п]. Средња брзина тела у последњој секунди кретања је:  $v_{s2} = \frac{v_3 + v_2}{2} = \frac{gt + g(t - \Delta t)}{2} = \frac{g(2t - \Delta t)}{2}$  [2п]. По

услову задатка је  $v_{s2} = 2v_{s1}$ . Из претходног следи да је:  $\frac{g(2t - \Delta t)}{2} = 2 \cdot \frac{g(2t - 3\Delta t)}{2}$  тј.  $2t - \Delta t = 4t - 6\Delta t$

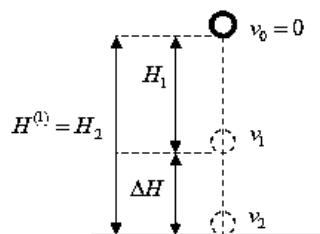
одакле добијамо да је:  $t = \frac{5}{2} \Delta t = 2.5 \text{ s}$  [2п] Висина са које тело пада је:  $H^{(2)} = \frac{gt^2}{2} = 31.25 \text{ m}$  [1п]. Из

претходно добијених резултата видимо да су висине са којих тело пада једнаке тј.  $H^{(1)} = H^{(2)}$  [1п]

**2. Зависност брзине возова од времена кретања приказана је на следећем графику (слика 2):**



Слика 2. [3п]



Слика 1.

Нека је  $S$  -растојање између станица,  $t_1$ -тренутак у ком први воз достигне брзину  $v_1$ ,  $t_2$  -тренутак у ком други воз достигне брзину  $v_2$ ,  $t_m$  -тренутак мимоилажења возова, а  $t_u$  -укупно време кретања возова. Максималне брзине које достигну возови су:  $v_1 = a_1 t_1$  и  $v_2 = a_2 t_2$ . Ако претходне две једначине поделимо добијамо однос убрзања

возова:  $\frac{a_1}{a_2} = \frac{v_1 \cdot t_2}{v_2 \cdot t_1} = \frac{3t_2}{4t_1}$  [1п]. Остаје нам да нађемо однос  $\frac{t_2}{t_1}$ .



**ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ УЧЕНИКА ОСНОВНИХ ШКОЛА  
ШКОЛСКЕ 2011/2012. ГОДИНЕ.**



Сваки воз пређе укупан пут  $S$ , који је за први воз једнак:  $S = \frac{1}{2}v_1t_1 + v_1(t_u - t_1) = v_1t_u - \frac{1}{2}v_1t_1$  [2п], а за други:

$S = \frac{1}{2}v_2t_2 + v_2(t_u - t_2) = v_2t_u - \frac{1}{2}v_2t_2$  [2п]. До тренутка мимоилажења, први воз пређе пут

$S_1 = \frac{1}{2}v_1t_1 + v_1(t_m - t_1)$  [2п], а други  $S_2 = \frac{1}{2}v_1t_m$  [2п]. Збир ова два пута једнак је удаљености између станица:

$S = S_1 + S_2 = \frac{3}{2}v_1t_m - \frac{1}{2}v_1t_1$  [1п]. Вредности пређених путева су одређени графичким путем. Пошто су у тренутку мимоилажења брзине возова једнаке следи да је:  $a_2 \cdot t_m = v_1$  (видети график). Убрзање другог воза је

$a_2 = \frac{v_2}{t_2} = \frac{v_1}{t_m}$ , одакле следи да је време мимоилажења возова једнако:  $t_m = \frac{v_1t_2}{v_2} = \frac{3}{4}t_2$  [1п]. Користећи претходне

релације, добијамо да је удаљеност између станица једнака:  $S = \frac{9}{8}v_1t_2 - \frac{1}{2}v_1t_1$  [2п]. Ако из укупног пута којег пређу возови, изразимо укупно време кретања, и искористимо задњу релацију за растојање између станица добијамо следеће једнакости:

$$t_u = \frac{S}{v_1} + \frac{1}{2}t_1 = \frac{9}{8}t_2 - \frac{1}{2}t_1 + \frac{1}{2}t_1 = \frac{9}{8}t_2 \text{ [1п]}, \text{ и } t_u = \frac{S}{v_2} + \frac{1}{2}t_2 = \frac{27}{32}t_2 - \frac{3}{8}t_1 + \frac{1}{2}t_2 = \frac{43}{32}t_2 - \frac{3}{8}t_1 \text{ [1п]}.$$

Изједначавањем десних страна задње две једначине добијамо да је:  $\frac{t_2}{t_1} = \frac{12}{7}$  [1п]. Коначно је однос убрзања возова

једнак:  $\frac{a_1}{a_2} = \frac{3 \cdot 12}{4 \cdot 7} = \frac{9}{7}$  [1п].

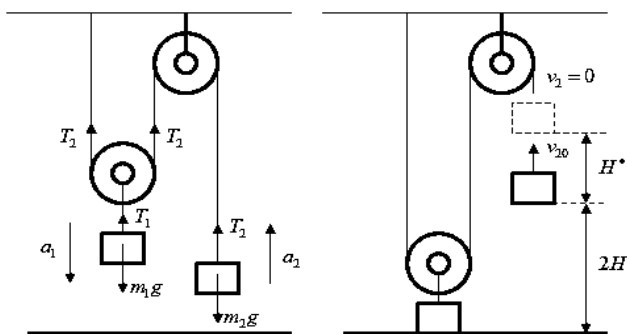
3. Једначине кретања тела су:  $m_1a_1 = m_1g - T_1$  [1 п] и  $m_2a_2 = T_2 - m_2g$  [1 п]. Притом је  $T_1 = 2T_2$  [2 п]. Из услова неистегљивости нити следи веза између убрзања тела:  $a_2 = 2a_1$  [3п]. Комбинујући претходне једначине

добијамо вредности убрзања тела у односу на подлогу:  $a_2 = \frac{2m_1 - 4m_2}{m_1 + 4m_2} \cdot g = \frac{2}{3}g$  [2п] и  $a_1 = \frac{a_2}{2} = \frac{1}{3}g$ . У

тренутку када прво тело додирне подлогу друго тело се налази на висини  $2H$  и поседује брзину  $v_{20}$ . У наставку кретања нит не игра никакву улогу, и друго тело изводи вертикални хитац навише почетном брзином  $v_{20}$  [3п].

Брзину  $v_{20}$  добијамо из следеће једначине:  $v_{20}^2 = 4a_2H$  [2п]. Користећи једначину вертикалног хица навише добијамо:  $v_{20}^2 = 2gH^*$  [2п]. Максимална висина до које се подигне друго тело је:  $H_{\max} = 2H + H^*$  [2п].

Комбинујући задње три једначине добијамо:  $H_{\max} = 2H \left(1 + \frac{a_2}{g}\right) = \frac{10}{3}H = 3,33 \text{ m}$  [2п].



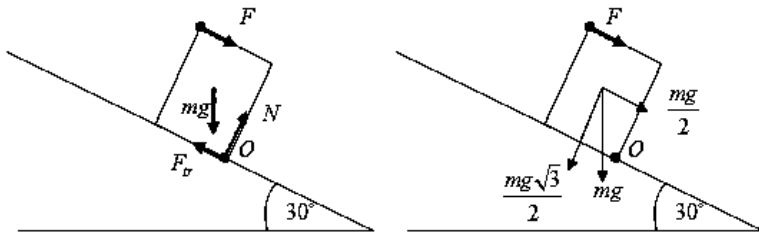
Слика 3.



4. У тренутку ротације тела око ивице  $O$  на паралелопипед делују сила  $F$ , сила Земљине теже  $mg$ , сила трења  $F_{tr}$ , и сила реакције подлоге  $N$  [2п]. Притом сила трења и сила реакције подлоге у том тренутку делују по ивици  $O$ , па не утичу на ротацију тела [6п]. Тело се преврће ако је момент силе  $F$  у односу на ивицу  $O$  већи од момента силе  $mg$  тј. ако је испуњена неједнакост:

$$F \cdot b + \frac{1}{2} mg \cdot \frac{b}{2} > mg \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{a}{2} \quad [6п]. \text{ тј. } F > \frac{mg}{2} \left( \frac{a\sqrt{3}}{2b} - \frac{1}{2} \right) \quad [3п].$$

Гранична вредност силе  $F$  је:  $F = \frac{mg}{4} \left( \frac{a}{b} \sqrt{3} - 1 \right) = 0.77 \text{ N}$  [3п]



Слика 4.

5. Како тела током кретања клизају једно у односу на друго, вредности њихових убрзања су различита.

Једначине кретања тела дуж координатних оса су:

тело  $m_1$ :

$$x: m_1 a_1 = \frac{1}{2} m_1 g - F_{tr1} = \frac{1}{2} m_1 g - \mu_1 N_1, \quad y: N_1 = \frac{\sqrt{3}}{2} m_1 g \quad [5п], \text{ одакле добијамо да је убрзање тела } m_1 \text{ у}$$

$$\text{односу на стрму раван једнако: } a_1 = \frac{1}{2} g - \frac{\sqrt{3}}{2} \mu_1 g = 3.7 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \quad [3п].$$

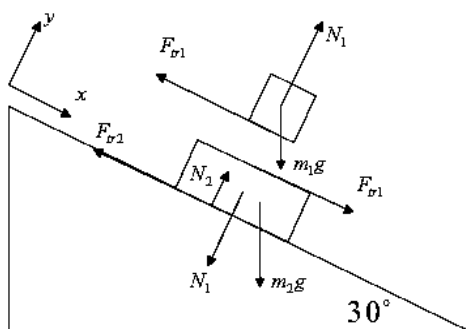
тело  $m_2$ :

$$x: m_2 a_2 = \frac{1}{2} m_2 g + F_{tr1} - F_{tr2} = \frac{1}{2} m_2 g + \mu_1 N_1 - \mu_2 N_2, \quad y: N_2 = N_1 + \frac{\sqrt{3}}{2} m_2 g = \frac{\sqrt{3}}{2} (m_1 + m_2) g \quad [5п], \text{ одакле}$$

добијамо да је убрзање тела  $m_2$  у односу на стрму раван једнако:

$$a_2 = \left( \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \mu_1 \frac{m_1}{m_2} - \frac{\sqrt{3}}{2} \mu_2 \frac{(m_1 + m_2)}{m_2} \right) \cdot g = 1.76 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \quad [3п].$$

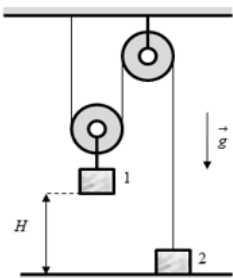
Убрзање тела  $m_1$  у односу на тело  $m_2$  је једнако:  $a_{r1} = a_1 - a_2 = 1.94 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$  [4п].



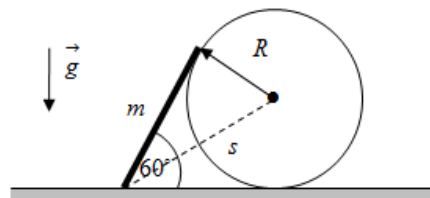
Слика 5.



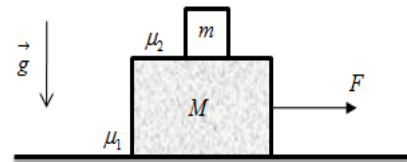
1. Мало тело у првом случају слободно пада без почетне брзине, при чему последњих 30 m пута пређе за 2 s . У другом случају тело слободно пада без почетне брзине, тако да је у последњој секунди кретања средња брзина тела дупло већа него у претпоследњој. Колика је разлика висина са којих тело пада ?
- 2 . Са железничких станица А и Б истовремено крећу један ка другом два воза, без почетних брзина, по паралелним колосецима. Оба воза се у почетку крећу равномерно убрзано док не достигну брзину  $v_1$ , односно  $v_2$ , а затим се тим брзинама крећу до станица А и Б. Однос тих брзина је  $v_1 / v_2 = 3 / 4$ . У тренутку мимоилажења брзине возова су једнаке. Ако возови истовремено стижу у станицу А, односно Б, одредити однос њихових убрзања  $a_1 / a_2$ . Нацртати график зависности брзина возова од времена кретања.
3. У систему приказаном на слици 1, маса првог тела је  $m_1 = 5 \text{ kg}$ , док је маса другог тела  $m_2 = 1 \text{ kg}$ . Прво тело је везано за покретни котур, и налази се на висини  $H = 1 \text{ m}$  у односу на хоризонталну подлогу, док друго тело лежи на хоризонталној подлози. Масу котурова, неистегљивих нити и сва трења у систему занемарити. Ако систем започиње кретање из стања мировања, одредити максималну висину до које ће се подићи друго тело.
4. Штап масе  $m = 2 \text{ kg}$  мирује на ваљку чији је полупречник  $R = 2 \text{ m}$ . Штап има правац тангенте на ваљак у тачки у којој његов горњи крај додирује ваљак. У том положају угао који штап гради са хоризонталном подлогом је  $60^\circ$  (слика 2). Растојање између тачке додира штапа са подлогом и центра ваљка је  $s = 4 \text{ m}$ . Трење постоји у свим додирним тачкама тела, а претпоставка је да је довољно велико да одржава систем у равнотежи. Одредити интензитет силе трења између ваљка и подлоге, тако да систем мирује.
5. Блок масе  $M$  налази се хоризонталној подлози. На блоку се налази тело масе  $m$ . Коефицијент трења између блока и подлоге је  $\mu_1$ , а између блока и тела је  $\mu_2$  (слика 3). У почетном тренутку, на блок почиње у хоризонталном правцу да делује сила интензитета  $F = f \cdot t$ , где је  $f$  сила по јединици времена, а  $t$  време. Максимална вредност силе трења мировања и вредност силе трења клизања је иста. Испитати како ће се током времена кретати тела, и одредити вредности убрзања тела у односу на хоризонталну подлогу у карактеристичним временским интервалима.



Слика 1.



Слика 2.



Слика 3.

Сваки задатак носи 20 поена. Узети да је убрзање Земљине теже  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

Задатке припремио: Владимир Чубровић, Физички факултет, Београд

Рецензент: Проф. др Иван Манчев, ПМФ, Ниш

Председник комисије: Проф. др Мићо Митровић, Физички факултет, Београд

Свим такмичарима желимо успешан рад!



# VII

Друштво Физичара Србије  
Министарство просвете и науке Републике Србије  
РЕШЕЊА - посебна одељења

РЕПУБЛИЧКИ НИВО  
28.04.2011.

## РАЗРЕД

**1. Први случај:** По услову задатка је  $\Delta H = 30 \text{ m}$ . Користећи једначине вертикалног хица наниже следи да је  $\Delta H = H_2 - H_1 = \frac{v_2^2}{2g} - \frac{v_1^2}{2g}$  [2п] одакле произилази да је  $\Delta H = \frac{1}{2g}(v_2 - v_1)(v_2 + v_1)$  (1). Временски

интервал  $\Delta t = 2 \text{ s}$  за које тело пређе пут  $\Delta H$  је:  $\Delta t = \frac{v_2}{g} - \frac{v_1}{g}$ , одакле следи да је  $v_2 - v_1 = g \Delta t$  [2п] (2).

Комбинујући релације (1) и (2) добијамо:  $v_2 + v_1 = \frac{2 \Delta H}{\Delta t}$  (3) [1п]. Сабирајући једначине (2) и (3) добијамо

да је брзина којом тело удари у подлогу једнака  $v_2 = \frac{g \Delta t}{2} + \frac{\Delta H}{\Delta t} = 25 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  [2п]. Висина са које тело пада је

$$H^{(1)} = \frac{v_2^2}{2g} = 31.25 \text{ m} \quad [1\text{п}].$$

**Други случај:** На почетку претпоследње секунде кретања брзина тела је:  $v_1 = g(t - 2\Delta t)$  [2п]. На

почетку последње секунде кретања брзина тела је:  $v_2 = g(t - \Delta t)$  [2п]. Брзина којом тело удари у подлогу је:  $v_3 = gt$ , где је  $t$ -укупно време кретања тела, а  $\Delta t = 1 \text{ s}$ . Средња брзина тела у претпоследњој

секунди кретања је:  $v_{s1} = \frac{v_2 + v_1}{2} = \frac{g(t - \Delta t) + g(t - 2\Delta t)}{2} = \frac{g(2t - 3\Delta t)}{2}$  [2п]. Средња брзина тела у

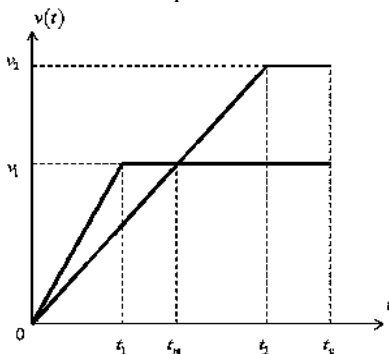
последњој секунди кретања је:  $v_{s2} = \frac{v_3 + v_2}{2} = \frac{gt + g(t - \Delta t)}{2} = \frac{g(2t - \Delta t)}{2}$  [2п]. По услову задатка је

$v_{s2} = 2v_{s1}$ . Из претходног следи да је:  $\frac{g(2t - \Delta t)}{2} = 2 \cdot \frac{g(2t - 3\Delta t)}{2}$  тј.  $2t - \Delta t = 4t - 6\Delta t$  одакле добијамо

да је:  $t = \frac{5}{2}\Delta t = 2.5 \text{ s}$  [2п]. Висина са које тело пада је:  $H^{(2)} = \frac{gt^2}{2} = 31.25 \text{ m}$  [1п]. Из претходно

добијених резултата видимо да су висине са којих тело пада једнаке тј.  $H^{(1)} = H^{(2)}$  [1п].

**2. Зависност брзине возова од времена кретања приказана је на следећем графику:**



Нека је  $S$ -растојање између станица,  $t_1$ -тренутак у ком први воз достигне брзину  $v_1$ ,  $t_2$ -тренутак у ком други воз достигне брзину  $v_2$ ,  $t_m$ -тренутак мимоилажења возова, а  $t_u$ -укупно време кретања возова.

Слика 1. [3п]

Максималне брзине које достигну возови су:  $v_1 = a_1 t_1$  и  $v_2 = a_2 t_2$ . Ако претходне две једначине поделимо

добијамо однос убрзања возова:  $\frac{a_1}{a_2} = \frac{v_1 \cdot t_2}{v_2 \cdot t_1} = \frac{3t_2}{4t_1}$  [1п]. Остаје нам да нађемо однос  $\frac{t_2}{t_1}$ .



**ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ УЧЕНИКА ОСНОВНИХ ШКОЛА  
ШКОЛСКЕ 2011/2012. ГОДИНЕ.**



Сваки воз пређе укупан пут  $S$ , који је за први воз једнак:  $S = \frac{1}{2}v_1t_1 + v_1(t_u - t_1) = v_1t_u - \frac{1}{2}v_1t_1$  [2п], а за

други:  $S = \frac{1}{2}v_2t_2 + v_2(t_u - t_2) = v_2t_u - \frac{1}{2}v_2t_2$  [2п]. До тренутка мимоилажења, први воз пређе пут

$S_1 = \frac{1}{2}v_1t_1 + v_1(t_m - t_1)$  [2п], а други  $S_2 = \frac{1}{2}v_1t_m$  [2п]. Збир ова два пута једнак је удаљености између

станица:  $S = S_1 + S_2 = \frac{3}{2}v_1t_m - \frac{1}{2}v_1t_1$  [1п]. Вредности пређених путева су одређени графичким путем.

Пошто су у тренутку мимоилажења брзине возова једнаке следи да је:  $a_2 \cdot t_m = v_1$  (видети график).

Убрзање другог воза је  $a_2 = \frac{v_2}{t_2} = \frac{v_1}{t_m}$ , одакле следи да је време мимоилажења возова једнако:

$t_m = \frac{v_1t_2}{v_2} = \frac{3}{4}t_2$  [1п]. Користећи претходне релације, добијамо да је удаљеност између станица једнака:

$S = \frac{9}{8}v_1t_2 - \frac{1}{2}v_1t_1$  [2п]. Ако из укупног пута којег пређу возови, изразимо укупно време кретања, и искористимо задњу релацију за растојање између станица добијамо следеће једнакости:

$$t_u = \frac{S}{v_1} + \frac{1}{2}t_1 = \frac{9}{8}t_2 - \frac{1}{2}t_1 + \frac{1}{2}t_1 = \frac{9}{8}t_2 \quad [1п], \text{ и } t_u = \frac{S}{v_2} + \frac{1}{2}t_2 = \frac{27}{32}t_2 - \frac{3}{8}t_1 + \frac{1}{2}t_2 = \frac{43}{32}t_2 - \frac{3}{8}t_1 \quad [1п]$$

Изједначавањем десних страна задње две једначине добијамо да је:  $\frac{t_2}{t_1} = \frac{12}{7}$  [1п]. Коначно је однос

$$\text{убрзања возова једнака: } \frac{a_1}{a_2} = \frac{3 \cdot 12}{4 \cdot 7} = \frac{9}{7} \quad [1п].$$

**3.** Једначине кретања тела су:  $m_1a_1 = m_1g - T_1$  [1п] и  $m_2a_2 = T_2 - m_2g$  [1п]. Притом је  $T_1 = 2T_2$  [2п]. Из услова неистегљивости нити следи веза између убрзања тела:  $a_2 = 2a_1$  [3п]. Комбинујући претходне

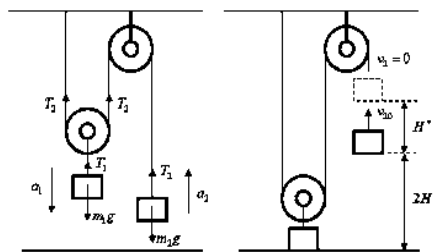
једначине добијамо вредности убрзања тела у односу на подлогу:  $a_2 = \frac{2m_1 - 4m_2}{m_1 + 4m_2} \cdot g = \frac{2}{3}g$  [2п], и

$a_1 = \frac{a_2}{2} = \frac{1}{3}g$ . У тренутку када прво тело додирне подлогу друго тело се налази на висини  $2H$  и

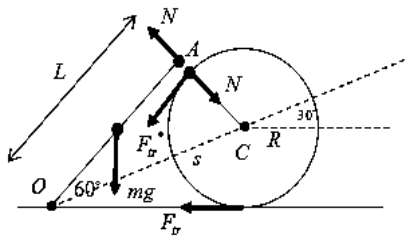
поседује брзину  $v_{20}$ . У наставку кретања нит не игра никакву улогу, и друго тело изводи вертикални хитац навише почетном брзином  $v_{20}$  [3п]. Брзину  $v_{20}$  добијамо из следеће једначине:  $v_{20}^2 = 4a_2H$  [2п].

Користећи једначину вертикалног хица навише добијамо:  $v_{20}^2 = 2gH^*$  [2п]. Максимална висина до које се подигне друго тело је:  $H_{\max} = 2H + H^*$  [2п]. Комбинујући задње три једначине добијамо:

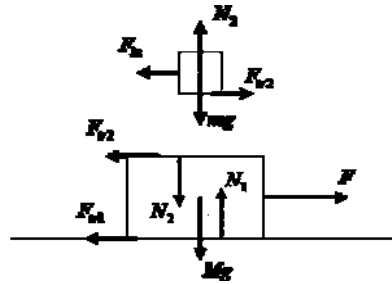
$$H_{\max} = 2H \left( 1 + \frac{a_2}{g} \right) = \frac{10}{3}H = 3,33 \text{ m} \quad [2п].$$



Слика 2.



Слика 3.



Слика 4.

4. По услови задатка угао  $\angle OAC$  је прав **[1п]**. Нека је  $L$  дужина штапа. Са слике се види да је  $L = \sqrt{s^2 - R^2} = 2\sqrt{3}$  м **[1п]**. Нека је интензитет силе трења између ваљка и подлоге  $F_{fr}$ , а  $N$  сила међусобне реакције између ваљка и штапа. Како ваљак не ротира, сила трења између ваљка и штапа  $F_{fr}^*$  има исти интензитет као и сила трења  $F_{fr}$ , а усмерена је у правцу штапа од тачке  $A$  ка тачки  $O$  (слика 3). Разлог томе је, да се моменти од две силе трења који делују на ваљак морају поништавати јер ваљак не ротира **[6п]**. Услов равнотеже штапа у односу на ослонац  $O$  је:  $\frac{1}{2}mg \cdot \frac{L}{2} = N \cdot L$  **[4п]**. Из задње једначине добијамо да је сила нормалне реакције једнака

$N = \frac{mg}{4} = 5$  N **[2п]**. Услов да се ваљак не креће дуж хоризонталне осе је:  $N \frac{\sqrt{3}}{2} = F_{fr} + \frac{1}{2}F_{fr}$  **[4п]**. Из задње

једначине следи да је вредност силе трења једнака:  $F_{fr} = \frac{N}{\sqrt{3}} = 2.89$  N **[2п]**.

5. У току временског интервала  $t \in (0, t_1)$ , сила  $F$  нема довољан интензитет да би условила кретање тела, тј. систем мирује **[2п]**. Током тог временског интервала сила трења  $F_{fr1}$  је у равнотежи са силом  $F$ , све до тренутка  $t = t_1$  када достиже максималну вредност  $F_{fr1, \max} = \mu_1 N_1$ . У том тренутку блок почиње да се креће. Из равнотеже сила које делују на тела у вертикалном правцу:  $Mg + N_2 = N_1$  и  $mg = N_2$ , добијамо тренутак када почиње кретање блока:  $F = F_{fr1, \max} \Rightarrow f \cdot t_1 = \mu_1 N_1 \Rightarrow t_1 = \mu_1 \cdot \frac{(M + m)}{f} \cdot g$  **[2п]**. У току

временског интервала  $t \in (t_1, t_2)$ , у референтном систему везаном за блок, на тело делује инерцијална сила  $\vec{F}_{in} = -m \vec{a}_M$  и она је уравнотежена силом трења  $F_{fr2}$ . Дакле тело и блок се крећу као целина, истим убрзањем  $a_M$  у односу на подлогу **[2п]**. Једначине кретања тела су:  $ma_M = F_{fr2}$ ,  $N_2 = mg$ ,  $Ma_M = f \cdot t - \mu_1 N_1 - F_{fr2}$ , и  $Mg + N_2 = N_1$  **[2п]**. Комбинујући претходне једначине кретања добијамо да је убрзање блока и тела у односу на хоризонталну подлогу једнако:  $a_M = \frac{f \cdot t}{M + m} - \mu_1 g$  **[2п]**. У тренутку

$t = t_2$ , када је  $F_{in} = F_{fr2, \max}$ , тј.  $ma_M = \mu_2 mg$ , тело почиње да клиза по блоку **[2п]**. Комбинујући претходне две релације за временски тренутак  $t_2$  добијамо:  $\frac{f \cdot t_2}{M + m} - \mu_1 g = \mu_2 g \Rightarrow t_2 = \frac{(\mu_1 + \mu_2)(M + m)g}{f}$  **[2п]**. У

току времена  $t > t_2$ , тело клиза по блоку, а једначине кретања тела су:  $ma_m = \mu_2 mg$ ,  $N_2 = mg$ ,  $Ma_{M1} = f \cdot t - \mu_1 N_1 - \mu_2 N_2$ , и  $Mg + N_2 = N_1$ . **[2п]** Решавањем претходних једначина добијамо да су

вредности убрзања тела у односу на хоризонталну подлогу једнака:  $a_{M1} = \frac{f \cdot t}{M} - \left[ \mu_1 + (\mu_1 + \mu_2) \frac{m}{M} \right] \cdot g$

**[2п]** и  $a_m = \mu_2 g$  **[2п]**.