

# FIZIČKO KLATNO

Goran Ivković, profesor fizike



## PERIOD OSCILOVANJA FIZIČKOG KLATNA

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

$$k = \frac{F_t}{\Delta l} = \frac{m \cdot g}{\Delta l}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{\frac{m \cdot g}{\Delta l}}} = 2\pi \sqrt{\frac{m \cdot \Delta l}{m \cdot g}} = 2\pi \sqrt{\frac{\Delta l}{g}}$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{2\pi \sqrt{\frac{m_2}{k}}}{2\pi \sqrt{\frac{m_1}{k}}} = \frac{\sqrt{\frac{m_2}{k}}}{\sqrt{\frac{m_1}{k}}} = \sqrt{\frac{\frac{m_2}{k}}{\frac{m_1}{k}}} = \sqrt{\frac{k \cdot m_2}{k \cdot m_1}} = \sqrt{\frac{m_2}{m_1}} = \frac{\sqrt{m_2}}{\sqrt{m_1}}$$

$m$  – masa tela (kg)

$\pi = 3,14$

$k$  – Koeficijent elastičnosti opruge ( $\frac{N}{m}$ )

$$k = \frac{F}{x}$$

$\Delta l$  – Izduženje opruge (umesto  $\Delta l$  može stajati  $x_0$  ili  $x$ ) (  $m$  )

$x_0$  – Amplituda (najveće rastojanje tela od ravnotežnog položaja) (  $m$  )

$x$  – Elongacija (bilo koje rastojanje tela od ravnotežnog položaja) (  $m$  )

$F_t$  – Sila Zemljine teže  $F_t = m \cdot g$  (  $N$  )

**PRVI PRIMER**

Teg mase 4 kg visi na kraju opruge i osciluje sa periodom 3 s. Koliki će biti period kada se doda još 5 kg?

**PRVI NAČIN**

$$m_1 = 4\text{kg}$$

$$T_1 = 3\text{s}$$

$$m_2 = 9\text{kg}$$

$$T_2 = ?$$

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{m_1}{k}}$$

$$T_1^2 = 4 \cdot \pi^2 \frac{m_1}{k}$$

$$k = \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot m_1}{T_1^2}$$

$$k = \frac{4 \cdot 3,14^2 \cdot 4\text{kg}}{9\text{s}^2}$$

$$k = 17,53 \frac{\text{kg}}{\text{s}^2}$$

$$T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{m_2}{k}}$$

$$T_2 = 2 \cdot 3,14 \sqrt{\frac{9\text{kg}}{17,53 \frac{\text{kg}}{\text{s}^2}}}$$

$$T_2 = 6,28 \sqrt{0,51\text{s}^2}$$

$$T_2 = 6,28 \cdot 0,71\text{s}$$

$$T_2 = 4,5\text{s}$$

**DRUGI NAČIN**

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{2\pi \sqrt{\frac{m_2}{k}}}{2\pi \sqrt{\frac{m_1}{k}}} = \frac{\sqrt{\frac{m_2}{k}}}{\sqrt{\frac{m_1}{k}}} = \sqrt{\frac{m_2}{m_1}}$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{k \cdot m_2}{k \cdot m_1}} = \sqrt{\frac{m_2}{m_1}} = \frac{\sqrt{m_2}}{\sqrt{m_1}}$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{\sqrt{m_2}}{\sqrt{m_1}}$$

$$\frac{T_2}{3\text{s}} = \frac{\sqrt{9\text{kg}}}{\sqrt{4\text{kg}}} = \frac{3}{2}$$

$$T_2 = \frac{3 \cdot 3\text{s}}{2} = \frac{9\text{s}}{2} = 4,5\text{s}$$

**DRUGI PRIMER**

Kada se o oprugu okači telo mase  $m$  opruga se izduži za 10 cm. Zatim se taj sistem pobudi na oscilovanje. Izračunati period oscilovanja.

$$\Delta l = 10 \text{ cm} = 0,1\text{m}$$

$$T = ?$$

$$k = \frac{F_t}{\Delta l} = \frac{m \cdot g}{\Delta l}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{\frac{m \cdot g}{\Delta l}}}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\frac{m}{1}}{\frac{m \cdot g}{\Delta l}}}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m \cdot \Delta l}{m \cdot g}}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\Delta l}{g}}$$

$$T = 2 \cdot 3,14 \sqrt{\frac{0,1\text{m}}{10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}}$$

$$T = 6,28 \sqrt{0,01\text{s}^2}$$

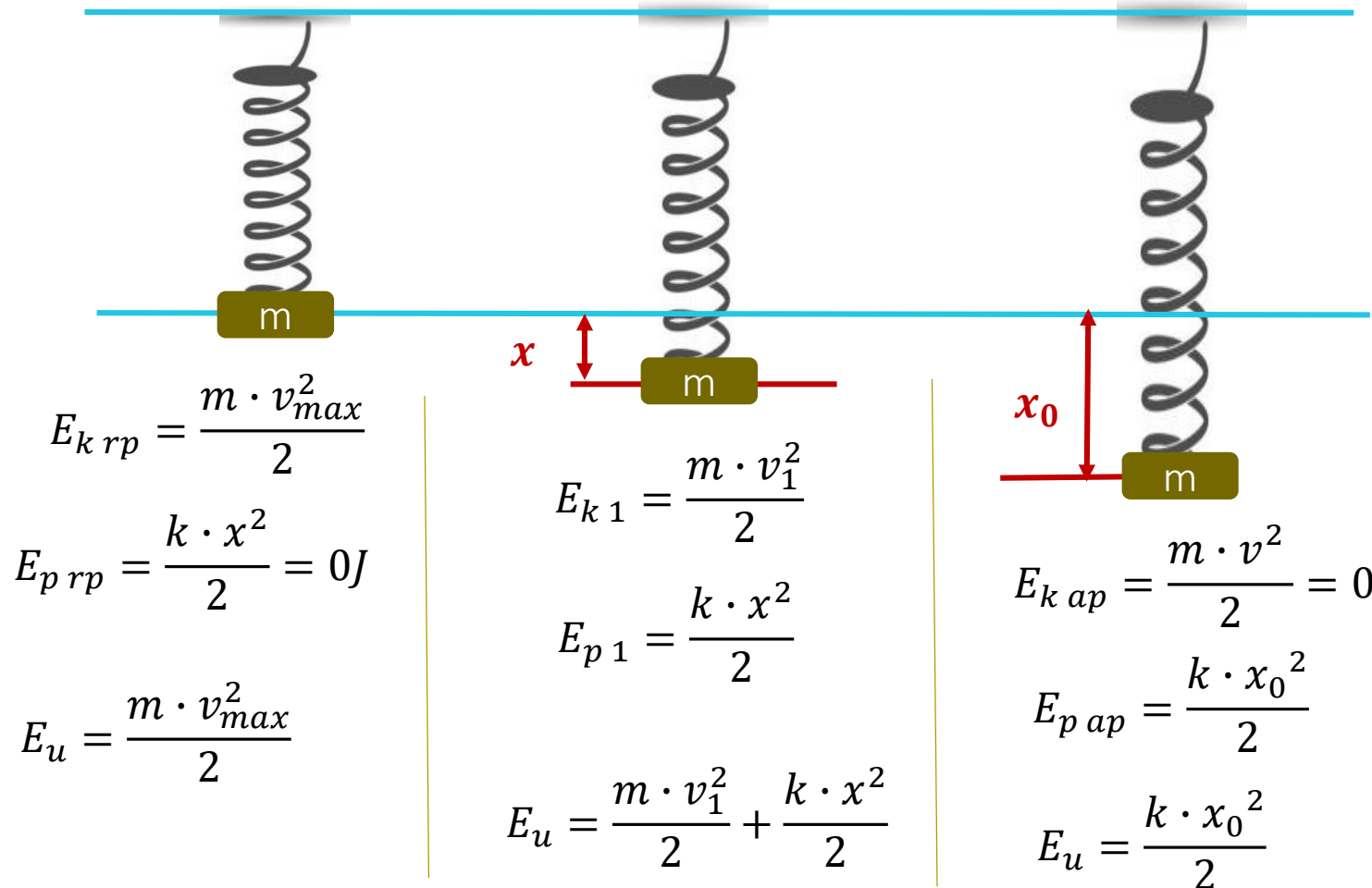
$$T = 6,28 \cdot 0,1\text{s}$$

$$T = 0,628\text{s}$$

## ENERTIJA KOD FIZIČKOG KLATNA

RAVNOTEŽNI  
PORLOŽAJ

AMPLITUDNI POLOŽAJ  
PORLOŽAJ



$$E_k = \frac{m \cdot v^2}{2} \quad E_p = \frac{k \cdot x^2}{2}$$

$$E_u = E_k + E_p$$

$m$  – masa tela (kg)

$v$  – brzina ( $\frac{m}{s}$ )

$k$  – Koeficijent elastičnosti opruge ( $\frac{N}{m}$ )

$$k = \frac{F}{x}$$

$x_0$  – amplituda (najveće rastojanje tela od ravnotežnog položaja)

$x$  – elongacija (bilo koje rastojanje tela od ravnotežnog položaja)

$$\frac{m \cdot v_{max}^2}{2} = \frac{m \cdot v_1^2}{2} + \frac{k \cdot x^2}{2} = \frac{k \cdot x_0^2}{2}$$



## TREĆI PRIMER

Amplituda oscilovanja tega okačenog o oprugu iznosi 10 cm. Kolika je elongacija kada je kinetička energija dva puta manja od potencijalne?

$$x_0 = 10 \text{ cm} = 0,1 \text{ m}$$

$$E_{k1} = \frac{E_{p1}}{2}$$

$$x = ?$$

U NEKOM POLOŽAJU

$$E_{k1} = \frac{m \cdot v_1^2}{2}$$

$$E_{p1} = \frac{k \cdot x^2}{2}$$

$$E_{k1} = \frac{E_{p1}}{2} = \frac{\frac{k \cdot x^2}{2}}{2} = \frac{k \cdot x^2}{4}$$

$$E_u = E_{k1} + E_{p1}$$

$$E_u = \frac{k \cdot x^2}{4} + \frac{k \cdot x^2}{2}$$

$$E_u = \frac{k \cdot x^2}{4} + \frac{2 \cdot k \cdot x^2}{4}$$

$$E_u = \frac{3 \cdot k \cdot x^2}{4}$$

U AMPLITUDNOM POLOŽAJU

$$E_{k \text{ ap}} = \frac{m \cdot v^2}{2} = 0$$

$$E_{p \text{ ap}} = \frac{k \cdot x_0^2}{2}$$

$$E_u = \frac{k \cdot x_0^2}{2}$$

ZAKON ODRŽANJA ENERGIJE  $E_u = \text{constant}$

$$\frac{3 \cdot k \cdot x^2}{4} = \frac{k \cdot x_0^2}{2}$$

$$x^2 = \frac{4 \cdot k \cdot x_0^2}{3 \cdot k \cdot 2} = \frac{2 \cdot x_0^2}{3} = \frac{2 \cdot 100 \text{ cm}^2}{3} = 66,67 \text{ cm}^2$$

$$x = \sqrt{66,67 \text{ cm}^2} \approx 8,2 \text{ cm}$$